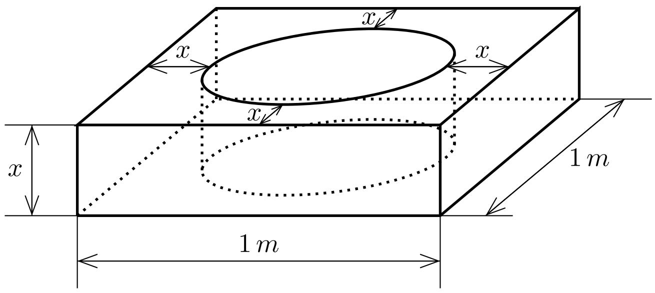
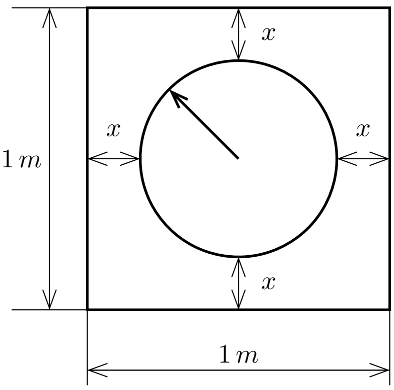
Baccalauréat Professionnel
Spécialité : Aménagement Finition
Session 2005

La municipalité d'une ville souhaite aménager une fontaine dans un jardin public. Cette fontaine est formée d'un réservoir centré dans un socle de section carre d'un mètre de côté Le réservoir est un cylindre, son rayon R varie avec les dimensions du socle comme indiqué sur le schéma. Les cotes sont exprimées en mètres.



Vue en perspective



Vue de dessus

Partie 1 : Expression du volume du réservoir

1) Exrpimer le rayon R du cylindre en fonction de x.

2) Exprimer l'aire, notée $A(x)$, de la base du cylindre en fonction de x.

3) En déduire, en fonction de x, l'expression du volume du réservoir, noté $V(x)$.

Partie 2 : Étude de fonction

On considère la fonction f définie sur $[0,1; 0,5]$ par $f(x) = x^3 - x^1 + 0,25x$.

1) Calculer $f'(x)$ où f' est la dérivée de la focntion f.

2) Résoudre l'équation $f'(x) = 0$, donner les valeurs exactes des solutions x_1 etx_2.

3) Dans la suite, on considère que $x_1 = 0,17$ et $x_2 = 0,5$.
Compléter le tableau de signes de l'annexe.

4) Déterminer les valeurs exactes de $f(0,1)$ et $f(0,5)$, puis les valeurs approchées de $f(0,17)$ arrondie à 10^{-4}. Compléter le tableau de variation de la fonction f sur l'annexe.

Partie 3 : Exploitation des résultats

On considère que le volume en litres du réservoir est donné par la formule suivante :

$$V(x) = 1000\,\pi\, f(x) \text{ pour tout } x \text{ appartenant à l'intervalle } [0,1; 0,5].$$

1) Calculer, en litres, la valeur maximale du volume du réservoir. Arrondir à l'unité.

2) Calculer, en mètres, les dimensions du réservoir cylindrique correspondant au volume maximal.

3) Déterminer graphiquement les valeurs de x pour lesquelles le volume du réservoir est supérieur à $55L$. Répondre sous forme d'intervalle et laisser apparents les traits utiles à la lecture.