Baccalauréat Professionnel
Spécialité : Maintenance - Finition
Session 2006

Un agriculteur amènage les combles d'une construction pour faire un silo de stockage.
Ces combles ont une base rectangulaire $CDEF$ et un faîte $[BS]$; leur hauteur est $BH = 4$ m et on donne $AH = 2$ m.
Le silo réalisé a la forme d'un parallélépipède rectangle $ONMPRVUT$ de longueur $RP = L$, de largeur $TR = \ell$ et de hauteur $PM = x$.
La figure 2 est la coupe verticale, passant par le faîte $[BS]$, de l'ensemble représenté sur la figure 1.
Le but de l'exercice est de déterminer pour quelle valeur de la hauteur x, le silo a un volume maximal.

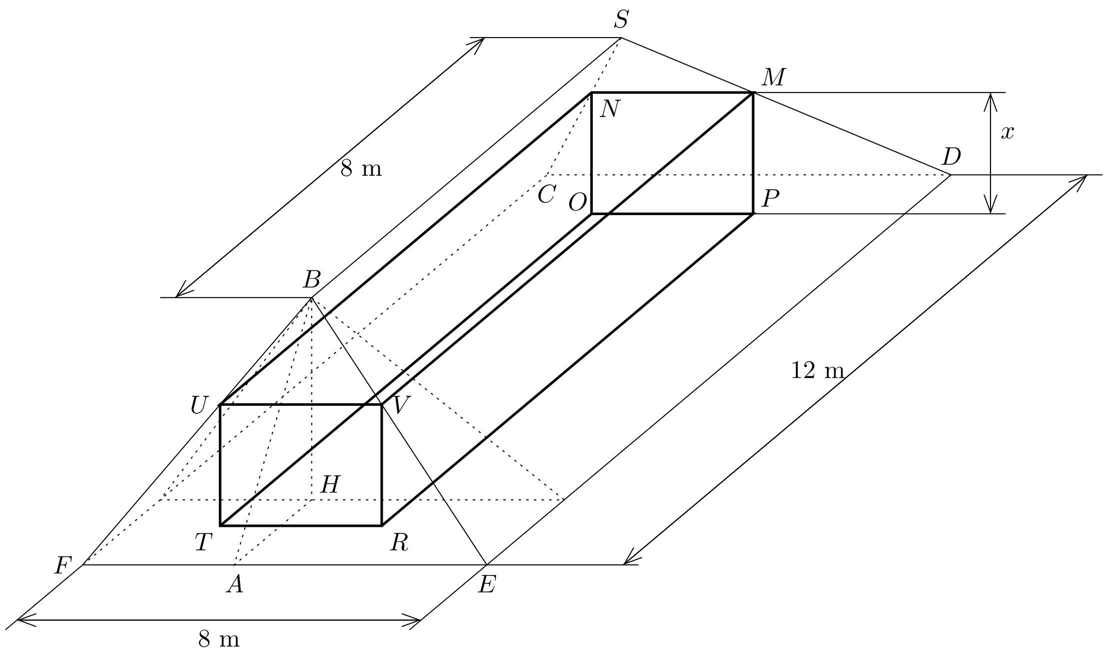

Figure 1

I - Calcul du volume

1) Dans le triangle ABH, calculer $\tan \widehat{A}$.

2) Établir l'expression de $\tan \hat{A}$ en fonction de x et de e.

3) En utilisant les résultats des deux questions précédentes, exprimer e en fonction de x.

4) En déduire la longueur L en fonction de x.

5) On donne la largeur TR du parallélépipède : $\ell = 8 - 2x$.

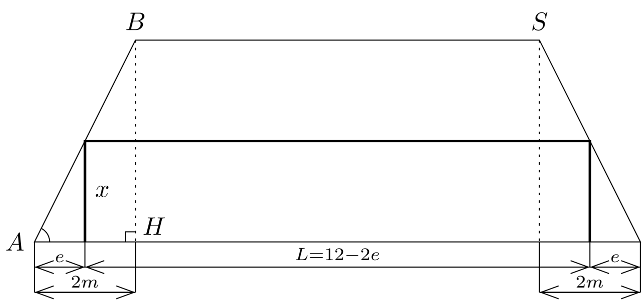

Figure 2

Calculer, en fonction de x, le volume $V(x)$ du parallélépipède $ONMPRVUT$.

II - Étude de fonctions

On considère la fonction f définie sur l'intervalle $[0, 10]$ par $f(x) = 2x^3 - 32x^2 + 96x$.

1) Calculer $f'(x)$ où f' est la dérivée de la focntion f.

2) Montrer que l'équation $f'(x) = 0$ a les mêmes solutions que $0,75x^2 - 8x + 12 = 0$.
Résoudre $f'(x) = 0$. Arrondir les résultats à 10^{-1}.

3) En justifiant le signe de la dérivée $f'(x)$, compléter le tableau de variation situé sur l'annexe. Arrondir les valeurs à l'unité.

4) Compléter le tableau de valeurs situé sur l'annexe. Arrondir les valeurs à l'unité.

5) Tracer la représentation graphique de la fonction f dans le repère orthogonal de l'annexe.

III - Exploitation des résultats

1) Préciser les valeurs de x pour lesquelles $V(x) = f(x)$; donner la réponse sous forme d'intervalle.

2) Déterminer graphiquement les valeurs de x pour lesquelles le volume du silo est égale à 50 m^3.

3) Déterminer la valeur de x pour laquelle le volume du silo est maximal.

ANNEXE (à rendre avec la copie)

Tableau de variation

x	0	10
Signe de $f'(x)$		
Variation de $f(x)$		

Tableau de valeurs

x	0	$0,5$	1	$1,5$	2	3	5	7	10
$f(x)$		40		79		54		-210	-240